PART3　確率の基本性質

要点① 積事象と和事象

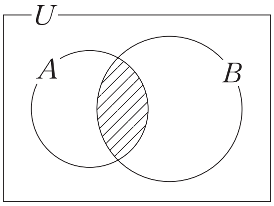
2つの事象 A，B について

「A と B がともに起こる」事象を，A と B の「　　　　」といい，「A　B」と表す。

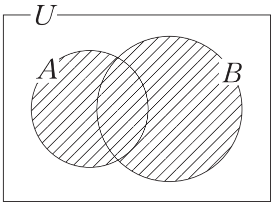
「A または B が起こる」事象を，A と B の「　　　　」といい，「A　B」と表す。

積事象 $A\cap B$ は，集合の共通部分 $A\cap B$，和事象 $A\cup B$ は，和集合 $A\cup B$ で表される。

積事象 $A\cap B$



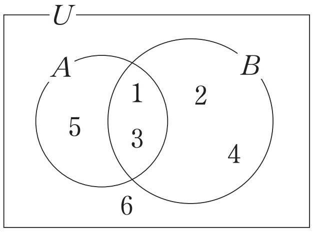
和事象 $A\cup B$



例　1個のさいころを投げる試行において，奇数の目が出る事象を A，4以下の目が出る事象を B とすると

積事象 $A\cap B=\{\quad\}$

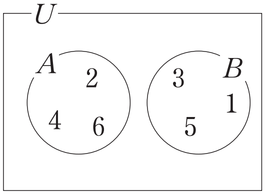
和事象 $A\cup B=\{\qquad\qquad\}$



要点② 排反事象

2つの事象 A，B が同時に起こることがないとき，A と B は「互いに　　　」である，または A と B は「互いに　　　　　」であるという。このとき，$A\cap B=$　　である。

例　1個のさいころを投げる試行において，偶数の目が出る事象を A，奇数の目が出る事象を B とすると，$A\cap B=\varnothing$ であり，A と B は互いに排反である。



※ 空集合 $\varnothing$ で表される事象を「空事象」という。

※ 3つ以上の事象においては，その中の「どの2つの事象も」互いに排反であるとき，これらの事象は互いに排反である，または互いに排反事象であるという。

要点③ 確率の基本性質と加法定理

全事象 U と事象 A について，次のことが成り立つ。

$$0 \leqq n(A) \leqq n(U)$$

この式の各辺を $n(U)$ で割ると

$$0 \leqq \frac{n(A)}{n(U)} \leqq 1$$

すなわち $0 \leqq P(A) \leqq 1$ が成り立つ。特に，$P(\varnothing)=0$，$P(U)=1$ である。

2つの事象 A，B が互いに排反であるとき，$A \cap B=\varnothing$ であるから，和事象 $A \cup B$ について，次のことが成り立つ。

$$n(A \cup B)=n(A)+n(B)$$

この式の各辺を $n(U)$ で割ると，次の等式が成り立つ。

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$$

以上より，次のようにまとめることができる。

確率の基本性質

1 すべての事象 A について　$0 \leqq P(A) \leqq 1$

　空事象 $\varnothing$ の確率　$P(\varnothing)=0$　　全事象 U の確率　$P(U)=1$

2 事象 A，B が互いに排反のとき　$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$

2 を確率の「　　　　　　」という。

例 赤玉3個と白玉4個が入った袋から，同時に2個の玉を取り出すとき，2個が同じ色である確率を求める。

「2個が同じ色である」という事象は

「2個とも赤玉である」事象 A，　「2個とも白玉である」事象 B

の和事象であり，事象 A，B は互いに排反である。

事象 A の確率は $P(A)=\dfrac{{}_3C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{3}{21}$，　事象 B の確率は $P(B)=\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{6}{21}$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)=\frac{3}{21}+\frac{6}{21}=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$$

※確率の加法定理は，互いに排反である3つ以上の事象に関しても同様に成り立つ。

3 1から9までの数が1つずつ書かれた9枚のカードから同時に3枚取り出す。
このとき，次の確率を求めよ。

(1) 3枚の札の数がすべて偶数，またはすべて奇数である確率

(2) 3枚の札の数の和が偶数である確率

Point Pickup

確率の加法定理

事象 A，B が互いに排反のとき

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

2つの事象 A，B の確率 $P(A)$，$P(B)$ をそれぞれ求め，その和を求めればよい。
互いに排反である3つ以上の事象に関しても，確率の加法定理は成り立つ。

第 4 講　PART3 確認問題

1 から 10 までの数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードから同時に 3 枚を取り出す。

1 取り出した 3 枚のカードに書かれた数がすべて偶数であるか，すべて奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

2 取り出した 3 枚のカードに書かれた数の和が偶数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

PART3 確率の基本性質

3 1 から 9 までの数が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードから同時に 3 枚取り出す。
このとき，次の確率を求めよ。

(1) 3 枚の札の数がすべて偶数，またはすべて奇数である確率

(2) 3 枚の札の数の和が偶数である確率

[解答]

(1) 3 枚の札の数がすべて奇数である事象 A と，すべて偶数である事象 B は，互いに排反である。

$$P(A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{10}{84},\quad P(B)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{4}{84}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{10}{84}+\frac{4}{84}=\frac{14}{84}=\frac{1}{6}$$

(2) 3 枚の札の数の和が偶数という事象は,

3 枚の札の数がすべて偶数である事象 B,

2 枚が奇数，1 枚が偶数である事象 C

の和事象で，これらは互いに排反である。

(1)より，$P(B)=\frac{4}{84}$

$$P(C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_9\mathrm{C}_3}=\frac{40}{84}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(B\cup C)=P(B)+P(C)=\frac{4}{84}+\frac{40}{84}=\frac{44}{84}=\frac{11}{21}$$

第 4 講　PART3 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：1，イ：6

[解説]

起こりうるすべての場合の数は，

$${}_{10}C_3\left(=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=120\right)(\text{通り})$$

取り出した 3 枚のカードに書かれた数がすべて偶数であるという事象を A，すべて奇数であるという事象を B とすると，A と B は互いに排反である。 [A]

事象 A の起こる場合の数は，

$${}_5C_3=\left({}_5C_2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10\right)(\text{通り})$$ [B]

事象 B の起こる場合の数は，同様に，10 通り [C]

よって，$P(A)=\dfrac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{1}{12}$，$P(B)=\dfrac{{}_5C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{1}{12}$

求める確率は，

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$ [D]

$$=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6}$$

[A]　A と B は同時に起こることはない。→ A と B は互いに排反

[B]　偶数のカード 5 枚の中から 3 枚取り出す組合せの数

[C]　10 枚の中に偶数も奇数も 5 枚ずつある。

[D]　事象 A と B が互いに排反のとき，確率の加法定理が成り立つ。

2 **[正解]** ウ：1，エ：2

[解説]

取り出した 3 枚のカードに書かれた数の和が偶数になるのは，次の 2 つの場合がある。

(i) 3 枚に書かれた数がすべて偶数

(ii) 3 枚に書かれた数のうち，1 枚が偶数で 2 枚が奇数

(i)の事象を A，(ii)の事象を C とすると，

A と C は互いに排反である。 [E]

事象 A の起こる確率は

$$P(A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$$

事象 C の起こる確率は，

$$P(C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_5\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{50}{120}=\frac{5}{12}$$ [F]

よって，求める確率は，

$$P(A\cup C)=P(A)+P(C)$$ [G]

$$=\frac{1}{12}+\frac{5}{12}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$

[E] A と C は同時に起こることがない。

[F] 5 枚の偶数から 1 枚，5 枚の奇数から 2 枚を引く。

[G] 事象 A と C が互いに排反のとき，確率の加法定理が成り立つ。